

考虑时频特性的点对点高速低振动 运动规划方法研究

许微微¹, 黄晓勇^{1,2}, 郑红梅¹, 陈科¹, 陶涛², 梅雪松²

(1. 合肥工业大学机械工程学院, 230009, 合肥; 2. 西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安)

摘要: 为了提升进给系统在高速点对点运动中的加工效率和定位精度, 针对系统在高速运动过程中易受到运动指令的频谱激励而产生的显著振动问题, 提出了一种考虑时频特性的运动规划方法, 实现高速低振动的运动指令生成。该方法构建了基于时间的 5 次 B 样条表达的运动指令, 将运动指令的时频特性融入到运动指令规划中。在此基础上, 利用短时傅里叶变换推导了加速度运动指令在不同时间段内频谱分量的解析表达式, 并结合系统的共振频段构建了运动指令频谱分量约束方程。通过建立考虑振动抑制的时间最优运动指令规划模型, 并结合运动学约束和加速度指令的时频谱分量约束, 生成高速低振动的运动指令。数值仿真表明, 所提出的方法能够显著降低诱发系统共振的频谱分量幅值, 改善运动过程中的动态特性。柔性悬臂梁进给系统的实验结果表明, 与 S 形及非对称 S 形速度规划方法相比, 即使存在建模扰动因素下, 所提方法仍可实现使系统振动降低 50% 以上, 同时总定位时间缩短超过 40%。

关键词: 点对点运动指令; 时频特性; 短时傅里叶变换; 振动抑制

中图分类号: TH161 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202604021 **文章编号:** 0253-987X(2026)04-0250-11

Research on Point-to-Point High-Speed and Low-Vibration Motion Planning Method Considering Time-Frequency Characteristics

XU Weiwei¹, HUANG Xiaoyong^{1,2}, ZHENG Hongmei¹, CHEN Ke¹,
TAO Tao², MEI Xuesong²

(1. School of Mechanical Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;

2. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: To enhance the machining efficiency and positioning accuracy of feed systems during high-speed point-to-point motions, and to address the significant vibrations induced by spectral excitation of motion commands during high-speed operation, a motion planning method considering time-frequency characteristics is proposed to generate high-speed, low-vibration motion commands. This method constructs a motion command described by a 5th-order B-spline representation in the time domain, and integrates the time-frequency characteristics of the motion command into the planning process. On this basis, the short-time Fourier transform is utilized to derive analytical expressions for the spectral components of the acceleration command over different time intervals, and

收稿日期: 2025-09-10。 作者简介: 许微微(2001—), 女, 硕士生; 黄晓勇(通信作者), 男, 副教授, 硕士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52405568); 安徽省科技创新攻坚计划重点资助项目(JZ2024AKKZ0614); 安徽省支持产业基础能力提升任务揭榜项目(JZ2023AFKJ0677)。

网络出版时间: 2025-12-18

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/61.1069.T.20251217.1610.004>

constraint equations for these spectral components are established in combination with the system's resonance frequency bands. By formulating a time-optimal motion command planning model that considers vibration suppression, and incorporating kinematic constraints as well as the time-frequency spectral component constraints of the acceleration command, high-speed, low-vibration motion commands are generated. Numerical simulations demonstrate that the proposed method can significantly reduce the amplitude of spectral components that excite system resonance, thereby improving the dynamic characteristics during motion. Experimental results on a flexible cantilever beam feed system show that, compared with the S-curve and asymmetric S-curve velocity planning methods, the proposed method can still achieve a reduction of over 50% in system vibration and a shortening of more than 40% in total positioning time, even in the presence of modeling disturbances.

Keywords: point-to-point motion command; time-frequency characteristics; short-time Fourier transform; vibration suppression

在精密运动控制领域,尤其是半导体封装和测试装备中,速度和精度是衡量设备性能的关键指标^[1]。然而,设备的进给系统在高速高加速点对点运动后会产生残余振动,延长作业端部定位时间,降低设备作业效率^[2]。因此,如何实现考虑残余振动抑制的高速运动规划是一个重要的课题。

进给系统高速抑振方法主要包括抑振结构设计、振动主动控制和高阶连续运动规划等。抑振结构设计方法通常采用额外的附加元件来抑制系统的振动^[3],导致设备成本增加。振动主动控制方法基于传感器的振动信号反馈并结合控制策略,通过执行器生成反作用力,抵消系统振动^[4]。常用的控制策略包括最优控制^[5]、速度反馈^[6]和自适应算法^[7]等。然而,振动主动控制系统需要安装振动状态监测传感器,增加设备的硬件成本。

高阶连续运动规划方法通过提高速度曲线的光滑性,有效减少速度或加速度等突变所带来的冲击。与传统的T形速度曲线相比,S形速度曲线可以获得更加光滑的运动指令,显著降低指令对进给系统的振动激励^[8]。在此基础上,Fang等^[9]引入Sigmoid函数进一步优化了速度曲线,Li等^[10]提出了正弦S形速度曲线,Nguyen等^[11]、Wang等^[12]、Boryga等^[13]等提出了加速度连续、加加速度连续等速度曲线。但是,上述方法未充分考虑系统动态响应,残余振动有可以进一步抑制的空间。

为此,基于动力学响应的运动规划方法将残余振动抑制融入指令生成过程。Biagiotti等^[14]以最小化残余振动能量为目标生成运动指令,显著降低系统运动过程中的振动。Ha等^[15]基于进给系统动力学响应函数,通过调整加减速时间优化曲线中固有零点的

放置位置,有效抑制了残余振动。Tsay等^[16]设计一种非对称S形(FS)运动曲线规划方法,以最小化残余响应和稳定时间为目标,优化了进给系统振动响应。白有盾等^[17-18]提出FS运动曲线,将运动规划时间和残余振动沉降时间作为目标函数,迭代优化残余振动幅值。然而,从时域角度寻找最优指令参数实现残余振动抑制,过程依赖于对系统进行精准建模,其鲁棒性和抑制振动性能受建模误差影响。

系统振动通常与运动指令中的频谱分量在系统共振频段聚集紧密相关^[19]。Sencer等^[20]提出了以系统共振频带内频谱能量最小为目标的轨迹生成方法,显著抑制了进给系统的残余振动,为高速高精度速度规划提供了新思路。然而,该方法采用二次规划模型,没有时间分辨能力,无法根据运动过程中进给系统动态特性的变化而调整频谱抑制范围,导致模型求解效率以及振动抑制效果受限。

本文采用基于时间的5次B样条曲线构建位移运动指令,并结合短时傅里叶变换,建立加速度指令的时频谱分量约束方程。在此基础上,结合运动学约束共同构建时间最优的规划模型。该规划模型可集成于数字运动控制系统,根据插补周期生成插补数据并作用于进给系统。并且,可以在指令生成阶段降低运动指令中包含进给系统谐振频段在内的频谱分量,减少对系统的振动激励,有效降低进给系统的振动,缩短响应振动调整时间。

1 时间B样条表达的运动指令及时频特性分析

1.1 时间B样条表达的运动指令

B样条曲线在计算机辅助设计、数据拟合等领

域受到广泛应用的参数曲线,其局部支撑特性能够描述复杂几何特征^[21]。为此,本文利用 B 样条基函数和控制顶点的线性组合,描述复杂运动指令曲线。

运动指令 $x(t)$ 可表示为

$$x(t) = \sum_{i=1}^m N_{i,5}(t) P_i \quad (1)$$

式中: t 为时间且为 B 样条曲线的参数; P_i 为曲线的控制顶点; $N_{i,5}(t)$ 为第 i 个 5 次 B 样条基函数; m 表示预设的控制顶点数量。

$N_{i,5}(t)$ 通过递归方式计算,其递归公式为

$$N_{i,q}(t) = \frac{t - U(i)}{U(i+q) - U(i)} N_{i,q-1}(t) + \frac{U(i+q+1) - t}{U(i+q+1) - U(i+1)} N_{i+1,q-1}(t) \quad (2)$$

$$N_{i,0}(t) = \begin{cases} 1, & U(i) \leq t < U(i+1) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

式中: $U(i)$ 为节点向量 U 的第 i 个值; q 为 B 样条基函数的次数。

节点向量 U 根据运动规划总时间 t_n 均布设计,可表示为

$$U = [0, 0, 0, 0, 0, 0, \Delta t, \dots, (m+3)\Delta t, t_n, t_n, t_n, t_n, t_n] \quad (4)$$

式中: $\Delta t = t_n / (m+4)$ 为节点矢量的时间间隔。

运动指令序列 $\mathbf{X}$ 、速度 $\mathbf{V}$ 、加速度 $\mathbf{A}$ 和加加速度 $\mathbf{J}$ 可表示为

$$\mathbf{X} = \mathbf{N}\mathbf{P}; \mathbf{V} = \dot{\mathbf{N}}\mathbf{P}; \mathbf{A} = \ddot{\mathbf{N}}\mathbf{P}; \mathbf{J} = \ddot{\mathbf{N}}\mathbf{P} \quad (5)$$

式中: $\mathbf{X} = [x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n)]^T$; $\mathbf{P} = [P_1, P_2, \dots, P_n]^T$ 为控制顶点 P_i 构成的控制顶点向量; $\mathbf{N}$ 为 $N_{i,5}(t)$ 构成的矩阵,可表示为

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_{1,5}(t_1) & N_{2,5}(t_1) & \cdots & N_{m,5}(t_1) \\ N_{1,5}(t_2) & N_{2,5}(t_2) & \cdots & N_{m,5}(t_2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ N_{1,5}(t_n) & N_{2,5}(t_n) & \cdots & N_{m,5}(t_n) \end{bmatrix}_{n \times m} \quad (6)$$

此外, $\dot{\mathbf{N}}$ 、 $\ddot{\mathbf{N}}$ 和 $\ddot{\mathbf{N}}$ 为矩阵 $\mathbf{N}$ 对时间 t 的 k ($k=1, 2, 3$) 阶导数,其元素分别为 $N_{i,5}^{(1)}$ 、 $N_{i,5}^{(2)}$ 和 $N_{i,5}^{(3)}$ 。 $N_{i,5}^{(k)}$ 为对 $N_{i,5}(t)$ 时间 t 的 k 阶导数,可表示为

$$N_{i,5}^{(k)}(t) = 5 \left(\frac{N_{i,4}^{(k-1)}(t)}{U(i+5) - U(i)} - \frac{N_{i+1,4}^{(k-1)}(t)}{U(i+6) - U(i+1)} \right) \quad (7)$$

式中: $N_{i,4}^{(k-1)}(t)$ 为第 i 个 4 次 B 样条基函数的 $(k-1)$ 阶导数,可由式(2)求解得出。

如图 1 所示,本文构建了一种基于时间参数的 5 次 B 样条曲线模型,用于实现运动指令的高精度描述。

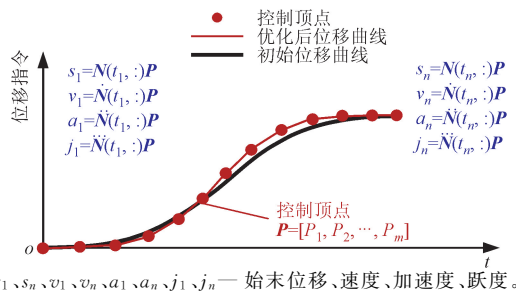


图 1 基于时间的 5 次 B 样条的位移曲线表达

Fig. 1 Displacement curve representation using 5th-order B-spline curves based on time

1.2 考虑时频特性的运动规划约束方程

运动指令激振频谱分量定义为运动指令在进给系统谐振点附近的频谱分量。为避免激发振动并提高运动的平稳性,本文基于短时傅里叶变换(STFT)构建运动指令频谱抑制区间内时频谱分量约束方程,实现加速度运动指令不同时间段内的激振频谱分量幅值最小化。

1.2.1 基于 STFT 的运动指令时频域分析

STFT 变换通过引入窗口函数将信号分成多个短时片段,并对每个片段进行傅里叶变换(FFT),获得信号在各时间段的频率分布^[22]。本文选用汉宁窗函数^[23],对加速度运动指令进行时频特性分析。汉宁窗函数 $\beta(i)$ 可表示为

$$\beta(i) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi i}{M-1}\right), M < n \quad (8)$$

式中: $i = 0, 1, \dots, M-1$; M 为汉宁窗的窗口长度。

通过汉宁窗函数 $\beta(i)$ 在时间轴上的移动,对加速度运动指令 $a(t)$ 在每段窗口中的子序列进行卷积和 FFT,得到加速度运动指令 $a(t)$ 在该时间段内的频谱分量,如图 2 所示。具体来说,在对加速度运动指令 $a(t)$ 进行 STFT 后,第 b ($b=1, \dots, c$) 个窗口内的第 k ($k=0, 1, \dots, L-1$) 个频谱分量 $S(b,k)$ 可表示为

$$S(b,k) = \sum_{i=0}^{M-1} a(n_b + i) \beta(i) e^{-j2\pi k i / L} \quad (9)$$

式中: c 为加速度运动指令 $a(t)$ 分解成短时片段的总段数; n_b 为第 b 个窗口对应加速度 $a(t)$ 的起始位置,可表示为 $n_b = (b-1)(M-h) + 1$; h 为预设的汉宁窗重叠长度; L 为预设的 FFT 点数。

因此,运动指令进行 STFT 的过程可以被分解为两个阶段,即加窗阶段和 FFT 变换阶段。在加窗阶段的短时片段总数 c 可表示为

$$c = \left\lfloor \frac{n-M}{M-h} \right\rfloor + 1 \quad (10)$$

式中: $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整。

加速度运动指令 $\mathbf{A} = [a(t_1), a(t_2), \dots, a(t_n)]^T$ 经过第 b 个汉宁窗所获得的运动指令信息

V_b 可表示为

$$V_b = D_b A \quad (11)$$

式中: D_b 为对 A 进行第 b 个汉宁窗卷积操作的加窗矩阵, 可表示为

$$D_b = [0_{L \times [(b-1)(M-h)]} \quad \beta_b \quad 0_{L \times [n-(b-1)(M-h)-M]}] \quad (12)$$

此外, β_b 为汉宁窗函数经过补零后的矩阵表示形

式, 其表达式为

$$\beta_b = \begin{bmatrix} (\text{diag}(\beta))_{M \times N} \\ \mathbf{0}_{(L-M) \times M} \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中: β 为汉宁窗函数 $\beta(i)$ 的向量; $\text{diag}(\beta)$ 为以 β 的各元素为主对角元素构成的对角矩阵; $\mathbf{0}_{(L-M) \times M}$ 表示当预设的 FFT 点数 L 大于窗口长度 M 时, 需要在加窗后的子序列末尾处进行补 0, 确保 FFT 时达到目标频谱分辨率。

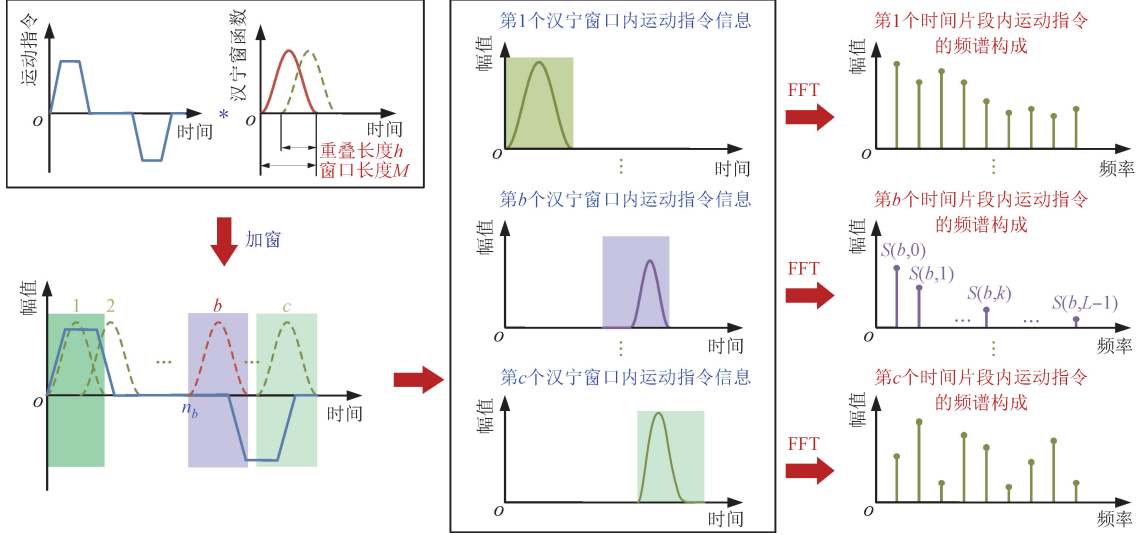


图2 短时傅里叶变换分析运动指令 $a(t)$

Fig. 2 Short-time Fourier transform analysis of the motion command $a(t)$

在 FFT 变换阶段, 对第 b 个汉宁窗口内运动指令序列信息进行 FFT, 得到运动指令 A 的时频域信息。其中, 时域信息为第 b 个汉宁窗对应的时间, 即 $[n_b T_s, (n_b + M) T_s]$, T_s 表示插补周期。频域信息为频谱分量 $d_b = [d_b(0), d_b(1), \dots, d_b(L-1)]$, 可表示为

$$d_b = W V_b = W D_b A \quad (14)$$

式中: W 为 $w(m, n)$ 对应的傅里叶变换矩阵, 表示为 $e^{-j2\pi mn/L}$, m 和 n 取值为 $1, 2, \dots, L-1$ 。

由于加速度运动指令 $a(t)$ 是待求量, 无法根据式(9)通过数值迭代的方法得到频谱分量组成成分。因此, 将 STFT 的过程解析得到加窗矩阵 D_b 与傅里叶变换矩阵 W , 为后续对运动指令的时频域约束方程奠定基础。

1.2.2 时频谱分量约束方程的解析构建

运动指令激振频谱分量会激励系统产生共振, 降低加工效率和质量, 因此本文通过限制加速度运动指令 A 在每个汉宁窗内激振频谱分量幅值, 实现进给系统抑振的运动规划。

结合式(14), 为了抑制每个汉宁窗内激振频谱

分量, 需要分别对 $d_b(k)$ 的实部和虚部分别进行约束。第 b 个汉宁窗对应的运动指令频谱实虚向量 $\tilde{d}_b$ 由 d_b 的实部和虚部构建, 可表示为

$$\tilde{d}_b = W_\omega d_b A \quad (15)$$

式中: $\tilde{d}_b = [d_{\text{Re}}, d_{\text{Im}}]^T$, d_{Re} 是 d_b 的实部向量, 可表示为 $[\text{Re}\{d_b(0)\}, \dots, \text{Re}\{d_b(L-1)\}]$, d_{Im} 是 d_b 的虚部向量, 可表示为 $[\text{Im}\{d_b(0)\}, \dots, \text{Im}\{d_b(L-1)\}]$; W_ω 为运动指令频谱抑制区间 $\omega = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_s]$ 内频谱序列。 ω 的实部和虚部所需的傅里叶变换矩阵可表示为

$$W_\omega = \begin{bmatrix} \text{Re}\{w_{a_1,0}\} & \text{Re}\{w_{a_1,1}\} & \dots & \text{Re}\{w_{a_1,L-1}\} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \text{Re}\{w_{a_s,0}\} & \text{Re}\{w_{a_s,1}\} & \dots & \text{Re}\{w_{a_s,L-1}\} \\ \text{Im}\{w_{a_1,0}\} & \text{Im}\{w_{a_1,1}\} & \dots & \text{Im}\{w_{a_1,L-1}\} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \text{Im}\{w_{a_s,0}\} & \text{Im}\{w_{a_s,1}\} & \dots & \text{Im}\{w_{a_s,L-1}\} \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中: $[a_1, a_2, \dots, a_s]$ 为频谱抑制区间 ω 内的频率索引向量, 其中 $a_i = L\omega_i/2\pi f_s$, f_s 为采样频率。

基于此,第 b 个汉宁窗内,运动指令时频谱分量约束方程可表示为

$$-e_b \leq W_a D_b A \leq e_b \quad (17)$$

式中: e_b 为第 b 个汉宁窗内频谱实虚向量的最值。

为了对运动指令进行考虑时频特性的运动规划,需要分别对 c 个汉宁窗口对应的加速度运动指令 A 进行运动指令频谱实虚向量幅值约束。

2 考虑振动抑制的时间最优运动指令规划模型

2.1 点对点运动过程的运动学约束

点对点运动在进行速度规划时,需要考虑始末点的边界运动学约束,以满足实际应用需求。结合式(5),运动边界约束可表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} CP = B \\ C = \begin{bmatrix} N(t_1, :) \\ N(t_n, :) \\ \dot{N}(t_1, :) \\ \dot{N}(t_n, :) \\ \ddot{N}(t_1, :) \\ \ddot{N}(t_n, :) \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_n \\ v_1 \\ v_n \\ a_1 \\ a_n \end{bmatrix}_{6 \times 1} \end{array} \right. \quad (18)$$

此外,点对点运动过程中,应限制速度、加速度和加加速度不超过预设的上限,以保证进给系统高速运动过程的运行安全。具体地,运动速度应遵守目标速度 $v_{\max}$, 以保证运动过程的平稳性,结合式(5),运动指令速度约束可表示为

$$0 \leq \dot{N}(t, :)P \leq v_{\max} \quad (19)$$

由于直线电机的驱动能力有限,因此运动指令应不超过最大加速度 $a_{\max}$, 避免电机过载。结合式(5),运动指令加速度约束可表示为

$$-a_{\max} \leq \ddot{N}(t, :)P \leq a_{\max} \quad (20)$$

过大的加加速度会产生运动不平稳,产生高频噪声和振动。结合式(5),运动指令加加速度约束不超过最大加加速度 $j_{\max}$, 可表示为

$$-j_{\max} \leq \ddot{\ddot{N}}(t, :)P \leq j_{\max} \quad (21)$$

在到达目标位置后,基于时间的 B 样条应保持不变,但由于 B 样条存在扭曲特性^[22],会导致在到达目标位置后产生波动。为此,对 B 样条曲线控制顶点的上、下限进行约束,可表示为

$$0 \leq P \leq u_b \quad (22)$$

式中: u_b 表示为最大位移序列 $[s_n \cdots s_n]^T_{1 \times m}$ 。

2.2 时间最优的运动规划模型

2.2.1 运动指令频谱抑制区间的确定

进给系统通常欠阻尼柔性系统描述^[17],其末端

的位置响应 $Y(s)$ 与运动指令 $X(s)$ 之间的响应函数可表示为

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{-s^2}{s^2 + 2\omega_n \zeta s + \omega_n^2} \quad (23)$$

式中: s 为拉普拉斯算子; ζ 为欠阻尼柔性系统的阻尼比,表示为 $c_s/2\sqrt{mk}$, c_s 为系统的阻尼; ω_n 为欠阻尼柔性系统的固有频率,表示为 $\sqrt{k_s/m}$, k_s 为系统的刚度,则系统的共振频率为 $\omega_n \sqrt{1-2\zeta^2}$ ^[24]。

频谱抑制区间需要包含运动指令所有的激振频谱分量,可以基于欠阻尼柔性系统共振频率设置,不需要对模型进行精确建模。此外,考虑阻尼比或刚度等机械参数存在建模或辨识误差,导致欠阻尼柔性系统共振频率计算存在偏差。为此,指令频谱抑制区间需包含共振频带且上、下限适当放宽。

2.2.2 运动指令规划模型

本文提出时间最优运动指令规划模型,通过最大化位移指令序列 $x(t_i)$ 之和的方式来间接实现运动时间最短的目标。位移指令序列之和越大,意味着速度越快,运动时间越短,可表示为

$$\min\left(-\sum_{i=1}^n x(t_i)\right) \quad (24)$$

结合式(1),本文以 B 样条表示运动指令,时间 B 样条的控制顶点 P 是待求解量。基于设置的运动指令频谱抑制区间和式(17),计算运动指令的时频谱分量约束,并根据式(18)~(22)计算的运动学约束,最终构建本文提出的时间最优速度规划模型,可表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} \min\left(-\sum_{i=1}^n N(t_i)P_i\right) \\ \left\{ \begin{array}{l} -e_b \leq W_a D_b \ddot{N}P \leq e_b \\ 0 \leq \dot{N}(t, :)P \leq v_{\max} \\ -a_{\max} \leq \ddot{N}(t, :)P \leq a_{\max} \\ -j_{\max} \leq \ddot{\ddot{N}}(t, :)P \leq j_{\max} \\ 0 \leq P \leq u_b \\ CP = B \end{array} \right. \end{array} \right. \text{ s. t. } \quad (25)$$

该模型采用线性优化目标函数,可利用内点法、单纯形法等线性规划方法计算^[25]。相比于传统的二次规划模型,本文提出的线性规划模型具有显著的计算优势,能够快速计算时间 B 样条的控制顶点。

2.2.3 规划模型的控制顶点和观测点设计

控制顶点的数量 m 决定了 B 样条曲线描述运动指令的能力和指令生成计算效率。若控制顶点的数量过多,会缩小 B 样条的局部支持区间,难以起到平滑的作用,导致运动指令在高频段内幅值增加;若控制顶点的数量过少,难以实现运动指令频谱分量设计。因此,为实现频谱分量最优和平滑的运动指令,本文结合前期研究成果^[19],定义控制顶点分辨率(取

值为 $1/40 \sim 1/80$), 即控制顶点数量设定为插值点数量的 $1/40 \sim 1/80$ 。

为了求解基于时间的 5 次 B 样条控制顶点, 通常在点对点运动过程中设置若干观测点, 并保证观测点处满足上述不等式和等式约束。为此, 本文提出采样稀疏观测点方法, 通过合理设置观测点, 减少约束方程的数量。具体地, 根据预设的最大加速度和加加速度, 预估加速段、匀速段和减速段的时间^[11]。在加速段和减速段的持续时间中以 15 点/s 的分辨率设置观测点; 在匀速段的时间中, 以 30 点/s 的分辨率设置观测点。该设置策略可能会造成部分插补点处运动学短时超限, 但考虑到电机允许短时过载, 短时间小幅度超限可接受。该方法减少了约束方程数量, 降低了优化模型的计算规模, 提升计算效率。

2.3 运动指令规划模型求解流程与方法概述

本文提出一种考虑时频特性的点对点高速低振动运动规划方法, 该方法的规划模型求解流程如图 3 所示。首先, 根据运动学约束, 预估点对点运动时间和指令序列长度。其次, 结合式(4), 设置节点矢量。基于此, 结合式(5)、(6)得到 B 样条的基函数矩阵 N 、 $\dot{N}$ 、 $\ddot{N}$ 和 $\ddot{N}$ 。然后, 设定汉宁窗的长度 M 、重叠长度 h 和 FFT 点数 L , 计算分窗矩阵 D_b 。根据共振频段 ω 设置频谱抑制区间, 计算傅里叶变换矩阵 W_ω , 并构建时频谱分量约束方程。接着, 根据设定的观测点, 结合运动学约束和时间最优的目标函数, 构

建运动指令规划模型。最后, 采用内点法求解时间五次 B 样条的控制顶点矢量 P , 获得运动指令。

此外, 该指令生成方法可集成于数字运动控制系统, 根据插补周期生成插补数据作用于进给系统, 无需在数字控制环路中增加振动抑制环节, 避免了因改变控制结构导致的系统响应特性改变, 也节省了振动抑制环节所需的传感器和抑振执行器, 降低了设备的制造成本。

3 仿真实验

3.1 仿真验证

为了验证所提出的考虑时频特性的点对点高速低振动运动规划方法的有效性, 开展了对运动指令频谱抑振区间的抑制效果、不同控制顶点分辨率下生成的运动指令抑振特性的仿真分析。本文生成点对点运动指令的运动学约束包括: 目标位移为 100 mm, 速度为 100 mm/s, 最大加速度 $a_{\max}$ 为 2 500 mm/s², 最大加加速度 $j_{\max}$ 为 80 000 mm/s³, 初始和终止时刻速度和加速度均设置为 0, 插补周期为 0.001 s。采用 STFT 理论进行运动规划时, 设定汉宁窗的窗口长度为 256, 重叠长度为 192。此外, 根据 S-curve 速度规划方法(S-curve 方法)^[11] 的规划时间为 1.080 s, 预设本方法的运动指令持续时间为 1.330 s。规定进给系统末端的残余振动幅值在 0.003 mm 以内为满足定位要求。

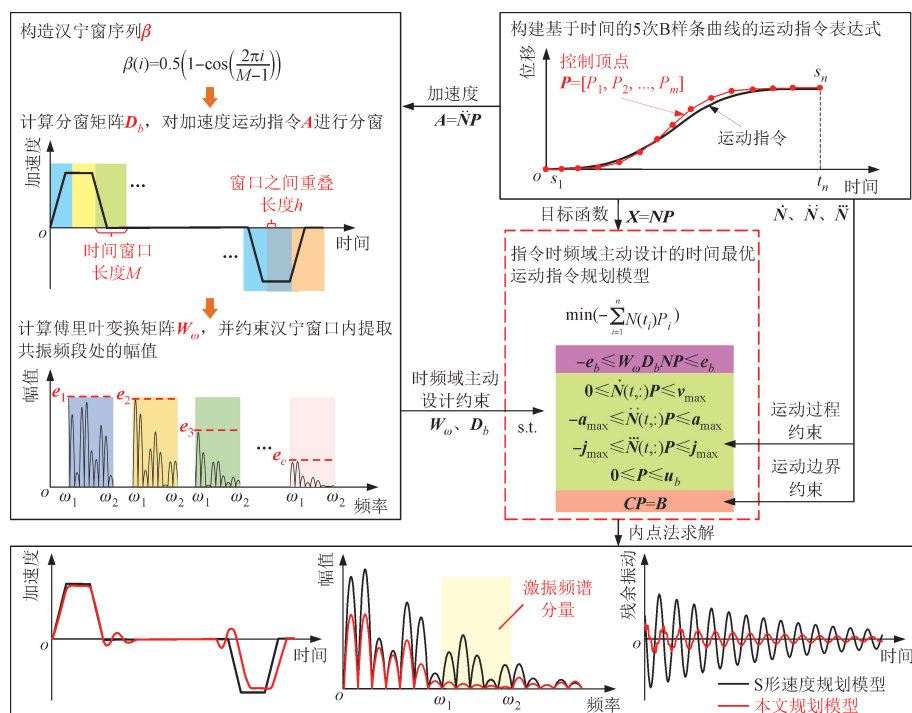


图3 基于STFT的时间最优运动指令规划模型

Fig. 3 Time-optimal motion command planning model based on short-time Fourier transform

3.1.1 运动指令频谱抑制的有效性验证

本文设置指令生成的控制顶点分辨率为 $1/60$ ，并对 3 种不同的频率段 $[7, 9]$ Hz、 $[14, 16]$ Hz 和 $[20, 22]$ Hz 内频谱分量幅值进行抑制。同时，引入 S-curve 方法作对比，验证运动指令频谱抑制的有效性。

如图 4(a)、(b)所示，本文方法生成的运动指令在预设的速度和加速度限制范围内，说明该方

法能够生成满足运动约束的运动指令。图 4(c)展示了本文方法和 S-curve 方法生成的运动指令的加速度频谱分布。可以看出，本文方法生成的运动指令幅值更低，而 S-curve 方法难以根据目标频段优化运动指令的频谱构成。这说明了本文方法在生成运动指令时可以有效消除频谱抑制区间内频谱分量，并可实现考虑时频特性的运动规划。

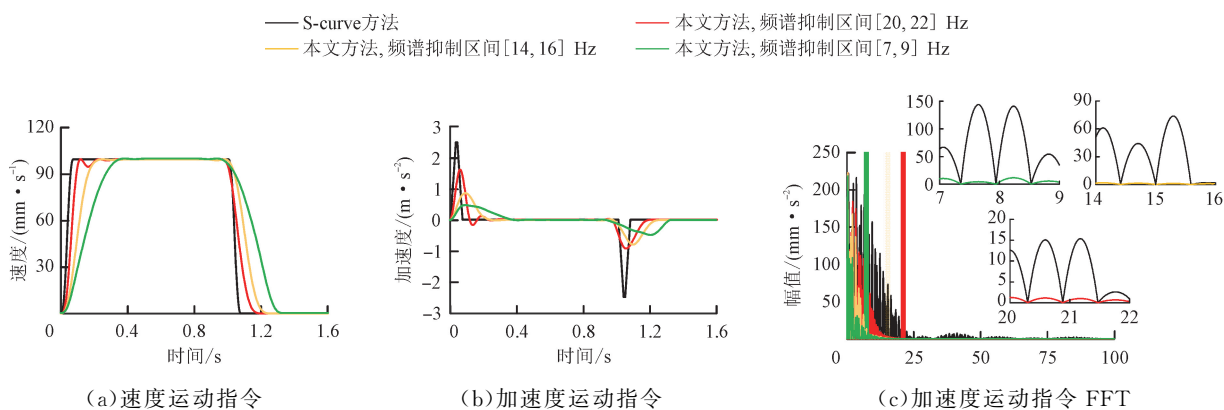


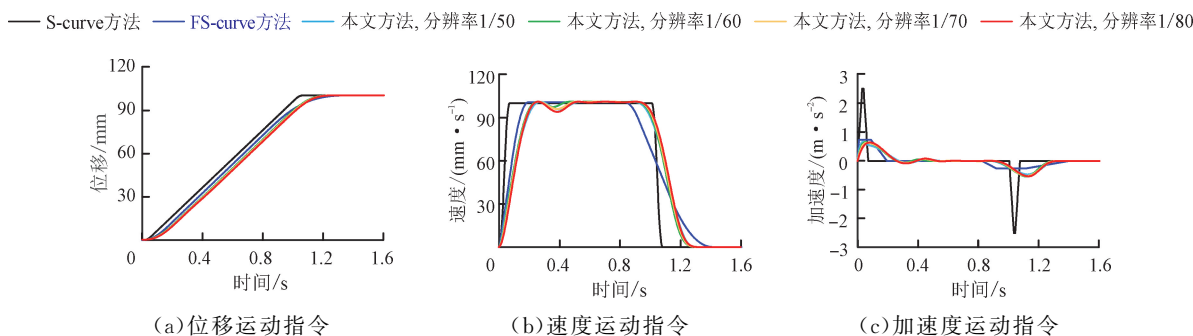
图 4 不同频谱抑制区间下本文方法的有效性分析

Fig. 4 Effectiveness analysis of the model predictive control under different disturbance rejection intervals

3.1.2 不同控制顶点分辨率下运动指令频谱分量优化的效果及讨论

本文基于式(23)构建欠阻尼柔性进给系统模型，并设置阻尼比为 0.05 和固有频率为 11 Hz。根据共振频段，设置运动指令频谱抑制区间为 $[10, 12]$ Hz，控制顶点分辨率分别设置为 $1/50$ 、 $1/60$ 、 $1/70$ 、 $1/80$ ，以生成不同的运动指令。此外，引入 S-curve 方法、非对称 S 形速度规划方法(FS-curve 方法)^[17]生成运动指令进行对比，以验证本文方法生成的运动指令的抑振效果以及讨论不同控制顶点分辨率对振动抑制性能的影响。

如图 5(a)~(c)所示，通过利用基于时间的 B 样条曲线表达位移运动指令，本文方法和 FS-curve 方法获得了比 S-curve 方法更平滑和自适应调整的运动指令。通过 B 样条曲线的局部扭曲，可以实现对欠阻尼柔性系统末端振动响应的顺应性。如图 5(d)所示，本文方法生成的加速度运动指令在系统共振频率段(10~12 Hz)内的频谱分量最低，显著减少了运动指令对系统振动的激励作用。因此，系统末端的残余振动幅值得到了显著降低，如图 5(e)、(f)所示。



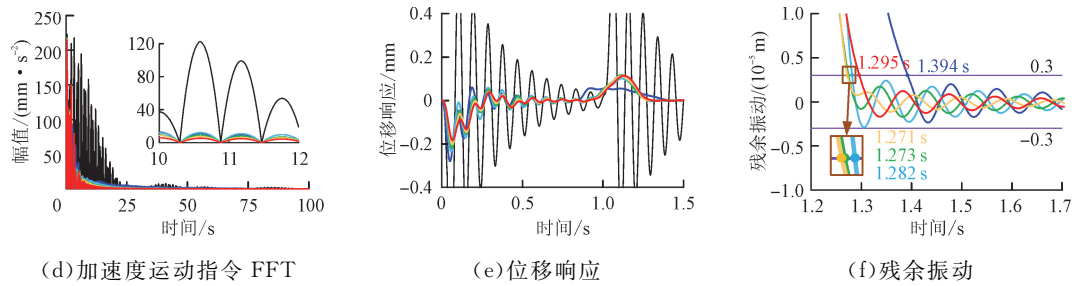


图5 不同控制定点数量下生成的运动指令及其残余振动对比分析

Fig. 5 Comparative analysis of motion commands generated under different numbers of control points and their residual vibrations

表1列出了不同运动指令规划方法的运动指令时间、残余振动时间以及总定位时间。规划时间指点对点运动指令中,运动从起点到终点整个行程的时间;沉降时间由系统的残余振动特性及允许的定位误差决定;总定位时间由该运动指令的规划时间与系统的沉降时间共同构成。结果表明,本文方法分辨率为1/60时,将系统的总定位时间从S-curve方法的2.659 s和FS-curve方法的1.394 s缩短至1.273 s。这验证了本文提出的运动规划方法在残余振动抑制方面的有效性。此外,本文方法生成运动指令的规划时间比FS-curve方法缩短了0.121 s,这是由于本文将运动速度最快作为目标函数,有效减少了运动指令的规划时间。

表1 不同指令对应的运动规划时间、沉降时间和总定位时间对比

Table 1 Comparison of motion planning time, settling time, and total positioning time for different commands

规划方法	规划时间/s	沉降时间/s	总定位时间/s
S-curve	1.080	1.579	2.659
FS-curve	1.393	0.001	1.394
分辨率 1/50	1.275	0.007	1.282
本文方法 分辨率 1/60	1.271	0.002	1.273
分辨率 1/70	1.270	0.001	1.271
分辨率 1/80	1.294	0.001	1.295

此外,图5和表1还显示了不同控制顶点的分辨率下运动指令加速度的频谱分量和进给系统末端残余振动响应。具体为,分辨率为1/80的本文方法生成的运动指令具备更优的频谱分量组成与共振频段抑制效果,但其总定位时间相对更长,达1.295 s;分辨率为1/50的本文方法实现了1.271 s的最短定位时间,其频谱分量组成非最优。结果表明,控制顶点分辨率对运动指令平滑性、频谱抑制效果及总定位时间无显著影响,但不同分辨率方法的抑振效

果和指令频谱分量组成略有不同。

3.2 实验验证

如图6所示,柔性悬臂梁进给系统实验平台由上位机、Speedgoat控制器、直线电机运动平台以及悬臂梁及其响应测试系统4部分组成。上位机主要用于状态监测、操作命令交互;Speedgoat控制器根据运动学约束生成速度曲线和运动指令,并实现闭环控制功能。直线电机运动平台由直线电机(SGDV-1R6A05B)及其驱动器(SGDV-1R6A05B)组成。驱动器设定为力矩模式,由Speedgoat控制器进行速度和位置反馈控制。在悬臂梁及其响应测试系统中,选用钢条作为柔性悬臂梁(固有频率为14 Hz),其一端固定于直线运动平台,另一端保持自由状态。采用对贴应变片(BFH120-10AA)方式结合全桥电路来监测悬臂梁的形变情况。同时,在悬臂梁自由端安装加速度传感器(PCB 352C68),用于监测振动响应。此外,实验平台采用NI 9205模块采集桥式电路电压信号,采用NI 9223模块采集加速度传感器信号。

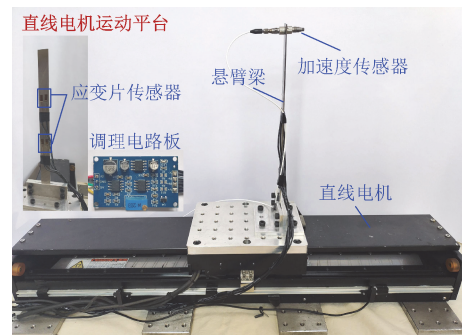


图6 柔性悬臂梁进给系统实验平台

Fig. 6 Flexible cantilever beam feed system experimental platform

运动学约束设定如下:目标位移为200 mm,目标速度为500 mm/s,最大加速度为2 800 mm/s²,最大加加速度为80 000 mm/s³,初始和终止时刻的速

度和加速度均为 0。此外,本文引入了 S-curve 方法、FS-curve 方法,与本文提出的运动指令规划方法进行对比分析。

图 7 显示,在相同的运动学约束下,本文方法和 FS-curve 方法生成的运动指令在共振频段 13~15 Hz 内的幅值显著降低,仅为 S-curve 方法的 20%。此外,如图 8 所示,这两种方法显著降低了悬臂梁末端

的振动幅度,且悬臂梁的振动及加速度响应信号在 14 Hz 附近的频谱分量也显著降低。这表明,本文方法与 FS-curve 方法均能够取得显著的振动抑制效果。与 FS-curve 方法相比,本文方法通过直接限制加速度运动指令的激振频谱分量,有效减小了对柔性系统末端的激励,获得了更小的末端振动幅值和更短的定位时间,如表 2 所示。

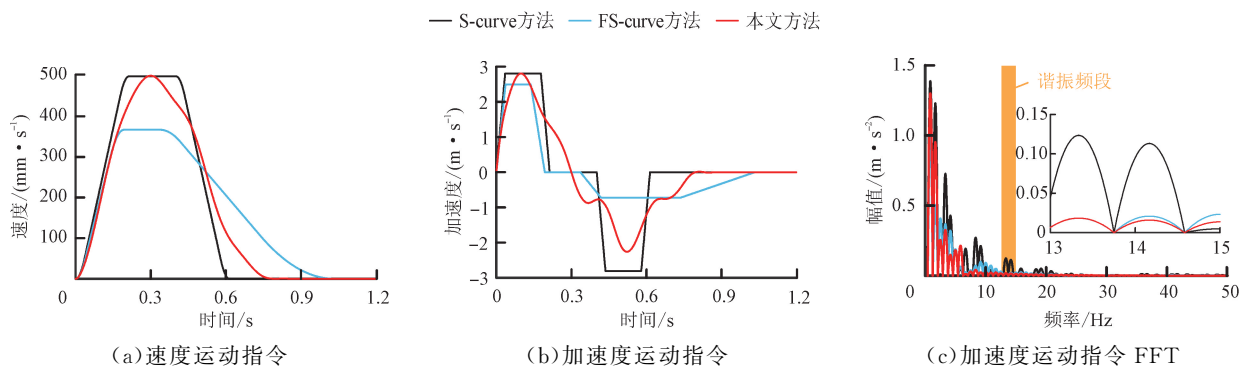


图 7 不同的运动指令规划方法生成的运动指令对比

Fig. 7 Comparison of motion commands generated by different motion command planning methods

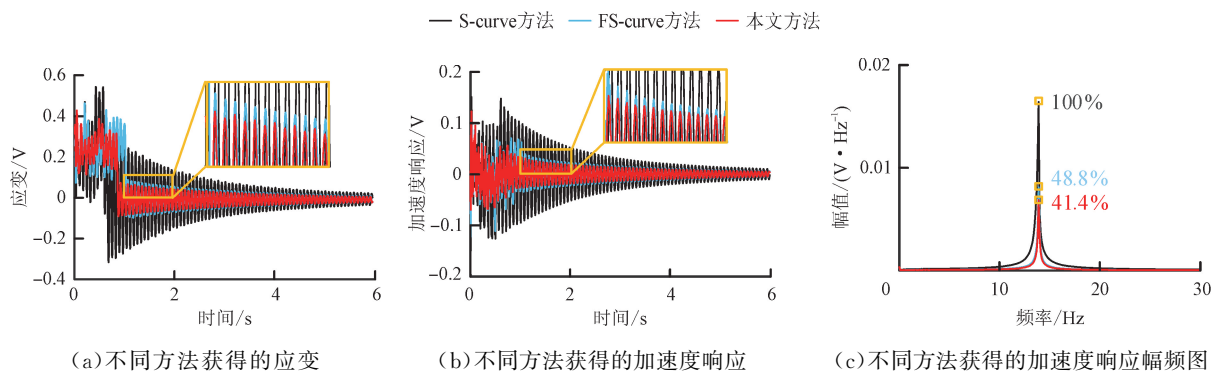


图 8 固有频率为 14 Hz 的悬臂梁振动应变曲线和加速度响应对比

Fig. 8 Comparison of vibration strain curves and acceleration responses of a cantilever beam with a natural frequency of 14 Hz

通过将上述多种运动规划方法生成的运动指令作用于固有频率为 10 Hz 的悬臂梁(通过增加悬臂梁的配重并调整重心产生建模误差),验证其在固有

频率建模存在误差时的抑振效果。图 9 展示了在该条件下加速度传感器和应变传感器所采集到的信号。

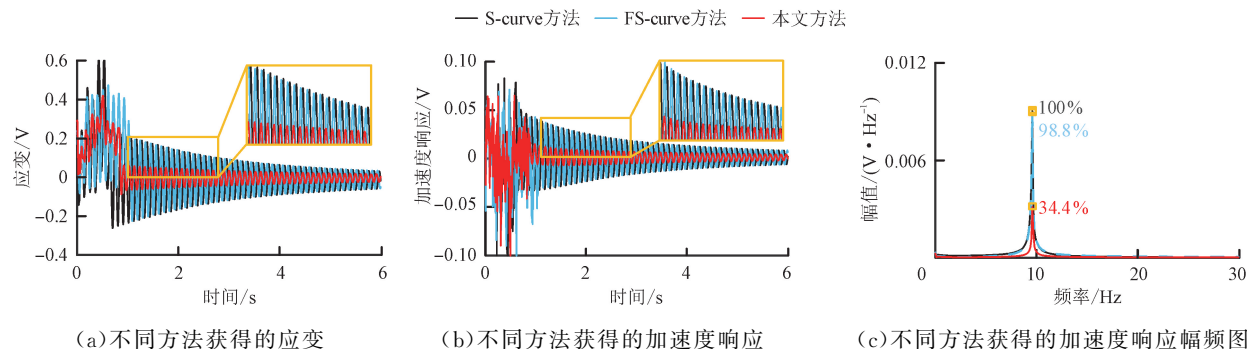


图 9 固有频率为 10 Hz 的悬臂梁振动应变曲线和加速度响应对比

Fig. 9 Comparison of vibration strain curves and acceleration responses of a cantilever beam with a natural frequency of 10 Hz

表2和表3列出了不同固有频率下,不同运动指令规划方法的运动指令时间、残余振动时间以及总定位时间。结果表明,本文提出的方法生成运动指令的振动响应及其在 $[13,15]$ Hz(悬臂梁共振频率)附近的频谱分量仍然保持在较低水平。相比之下,FS-curve方法在相同条件下的响应幅值及其激振频谱分量显著增加,与S-curve方法几乎相同,表明FS-curve方法对共振频率建模误差较为敏感。这进一步验证了本文方法在共振频率精准建模以及存在误差的情况下均具有良好的抑振效果。实际上,进给系统在运动过程中,其振动频率可能会发生变化。因此,本文提出的方法在实际应用中更具优势,尤其是在系统参数存在不确定性的情况下。

表2 精准建模下不同指令对应的运动规划时间、沉降时间和总定位时间的对比

Table 2 Comparison of motion planning, settling, and total positioning time for different commands under precise modeling

规划方法	规划时间/s	沉降时间/s	总定位时间/s
S-curve	0.614	2.384	2.998
FS-curve	1.030	0.359	1.389
本文	0.864	0.238	1.102

表3 建模误差下不同指令对应的运动规划时间、沉降时间和总定位时间的对比

Table 3 Comparison of motion planning, settling, and total positioning for different commands under modeling errors

规划方法	规划时间/s	沉降时间/s	总定位时间/s
S-curve	0.614	0.807	1.421
FS-curve	1.030	0.375	1.405
本文	0.864	0.038	0.902

4 结 论

本文提出了一种基于时间的5次B样条表达的运动指令及其运动规划方法。与传统方法相比,本文提出的方法具有以下优势。

(1)构建了基于时间的5次B样条表达的运动指令,通过B样条局部支撑性有效描述运动指令曲线局部扭曲,为柔顺运动指令生成奠定基础。并且,以时间信息作为媒介,将运动指令的时频信息和进给系统动态响应等因素融入到指令规划中,为运动指令的时频域设计提供了理论基础。

(2)构建了运动指令频谱分量约束方程,基于STFT,推导了加速度运动指令在不同时间段的频

谱抑制区间内频谱分量幅值的解析表达式,并实现了运动指令激振频谱分量的解析约束,为考虑抑振的运动指令时频域规划提供了约束方程。

(3)构建了考虑抑振的时间最优运动指令线性规划模型,结合运动学约束及时频谱约束分量方程,求解基于时间的5次B样条控制顶点,生成点对点运动指令。该方法充分发挥进给系统高速运动优势,可有效降低系统振动、减少总定位时间,且对模型建模误差具有更好鲁棒性。算例表明,与S形和非对称S形速度规划方法相比,该方法生成的运动指令所含激振频谱分量能量降低50%以上,总定位时间缩短40%以上。

参考文献:

- [1] SONG Fazhi, LIU Yang, DONG Yue, et al. Motion control of wafer scanners in lithography systems: from setpoint generation to multistage coordination [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2024, 73: 1-40.
- [2] LI Xingchen, GAO Xifeng, XIAO Jichun, et al. Time-optimal general asymmetric S-curve profile with low residual vibration [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2023, 188: 109978.
- [3] 蒲晓晖,徐俊,李士盈,等. 电磁阻尼器惯性质量对汽车馈能悬架减振性能的影响 [J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(6): 62-68.
- [4] PU Xiaohui, XU Jun, LI Shiying, et al. Effects of inertial mass of electromagnetic damper on vibration insulation performance of vehicle regenerative suspension [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53(6): 62-68.
- [5] ZHANG Chunwei. The active rotary inertia driver system for flutter vibration control of bridges and various promising applications [J]. Science China Technological Sciences, 2023, 66(2): 390-405.
- [6] BAI Rui, WANG Hebin. Robust optimal control for the vehicle suspension system with uncertainties [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(9): 9263-9273.
- [7] AIHARA M, NAGATAKI M, KONDO K, et al. Design method of the wheel slip speed feedback controller and phase lead compensator in locomotives [J]. IEEJ Journal of Industry Applications, 2022, 11(5): 686-695.
- [8] ZHU Chaoyang. Intelligent robot path planning and navigation based on reinforcement learning and adaptive control [J]. Journal of Logistics, Informatics and Service Science, 2023, 10(3): 235-248.

- [8] FANG Yi, GU Chaochen, ZHAO Yudi, et al. Smooth trajectory generation for industrial machines and robots based on high-order S-curve profiles [J]. Mechanism and Machine Theory, 2024, 201: 105747.
- [9] FANG Yi, HU Jie, LIU Wenhai, et al. Smooth and time-optimal S-curve trajectory planning for automated robots and machines [J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 137: 127-153.
- [10] LI Huaizhong, LE M D, GONG Z M, et al. Motion profile design to reduce residual vibration of High-Speed positioning stages [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2009, 14(2): 264-269.
- [11] NGUYEN K D, NG T C, CHEN I M. On algorithms for planning S-curve motion profiles [J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2008, 5(1): 11.
- [12] WANG He, WANG Heng, HUANG Jiahai, et al. Smooth point-to-point trajectory planning for industrial robots with kinematical constraints based on high-order polynomial curve [J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 139: 284-293.
- [13] BORYGA M. The use of higher-degree polynomials for trajectory planning with jerk, acceleration and velocity constraints [J]. International Journal of Computer Applications in Technology, 2020, 63(4): 337-347.
- [14] BIAGIOTTI L, MELCHIORRI C. Optimization of generalized S-curve trajectories for residual vibration suppression and compliance with kinematic bounds [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2021, 26(5): 2724-2734.
- [15] HA Changwan, REW K H, KIM K S. Formulating a Laplace domain approach for tuning motion profiles [C]//2011 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2011: 356-360.
- [16] TSAY D M, LIN Chengfeng. Asymmetrical inputs for minimizing residual response [C]//IEEE International Conference on Mechatronics 2005. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2005: 235-240.
- [17] 白有盾, 陈新, 杨志军. 考虑阻尼衰减的点位操作时间最优运动规划 [J]. 机械工程学报, 2019, 55(5): 104-112.
- BAI Youdun, CHEN Xin, YANG Zhijun. Time-optimal motion profile planning considering damping attenuation for point to point operation [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(5): 104-112.
- [18] BAI Youdun, CHEN Xin, SUN Han, et al. Time-optimal freeform S-curve profile under positioning error and robustness constraints [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2018, 23(4): 1993-2003.
- [19] SENCER B, DUMANLI A, YAMADA Y. Spline interpolation with optimal frequency spectrum for vibration avoidance [J]. CIRP Annals, 2018, 67(1): 377-380.
- [20] SENCER B, TAJIMA S. Frequency optimal feed motion planning in computer numerical controlled machine tools for vibration avoidance [J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2017, 139(1): 011006.
- [21] DUAN Molong, YOON D, OKWUDIRE C E. A limited-preview filtered B-spline approach to tracking control-with application to vibration-induced error compensation of a 3D printer [J]. Mechatronics, 2018, 56: 287-296.
- [22] 朱军涛, 廖红建, 谢勇勇, 等. 采用短时傅里叶变换的铁路车载探地雷达数据解译方法 [J]. 西安交通大学学报, 2012, 46(7): 108-114.
- ZHU Juntao, LIAO Hongjian, XIE Yongyong, et al. Data interpretation of ground-penetrating radar (GPR) via short-time Fourier transform for railway track detection [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2012, 46(7): 108-114.
- [23] 陈奎孚, 王建立, 张森文. 短记录加汉宁窗的频谱校正 [J]. 振动与冲击, 2008, 27(4): 49-51.
- CHEN Kuifu, WANG Jianli, ZHANG Senwen. Spectrum correction for short records weighted by a Hanning window [J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(4): 49-51.
- [24] 曲延滨, 王新生. 现代控制理论基础 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2005.
- [25] BOYD S, VANDENBERGHE L. Convex optimization [M]. New York, USA: Cambridge University Press, 2004: 561-615.
- (编辑 陶晴)